SOBRE LA CELDA DE PLANCK, LA RELACIÓN COSMOLÓGICA DE EINSTEIN Y LA COSMOLOGÍA

P. Kittl [(1)] y G. Dìaz [(2)]

[(1)] Departamento de Ingeniería Mecánica, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile, Casilla 2777, Santiago, Chile
[(2)] Departamento de Ciencia de los Materiales, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile, Casilla 2777, Santiago, Chile, e-mail: gediaz@cec.uchile.cl

RESUMEN
Si se generaliza la celda elemental de Planck introduciéndole calor, radiación y electricidad, correspondiéndola a la ecuación del universo según el modelo de Kittl – Díaz, se puede obtener una relación del tipo $\frac{M}{R} = 2\left(1+\sqrt{2}\right)\frac{c^2}{f}$. Esta relación se corresponde con la cosmológica de Einstein M/R = (π/2)(c^2/f), con M masa del universo, R su radio de curvatura, c la velocidad de la luz y f la constante de gravitación universal

1.- LA CELDA DE PLANCK

Con diferentes razonamientos llegó Planck [1-3] a la celda elemental:

$$\begin{aligned}
l_0 &= c^{-3/2} f^{1/2} h^{1/2} \approx 4.04\times10^{-33}\,cm \\
m_0 &= c^{1/2} f^{-1/2} h^{1/2} \approx 5.46\times10^{-5}\,g \\
t_0 &= c^{-5/2} f^{1/2} h^{1/2} \approx 1.35\times10^{-43}\,s \\
\theta_0 &= c^{5/2} f^{-1/2} h^{1/2} k^{-1} \approx 3.60\times10^{32}\,K \\
e_0 &= h^{1/2} c^{1/2} = 1.41\times10^{-7}\,cm^{3/2} g^{1/2} s^{-1}
\end{aligned} \tag{1.1}$$

Donde c es la velocidad de la luz, f es la constante de gravitación universal, h es la constante de Planck y k es la constante de Boltzman, cuyos valores son:

$$\begin{aligned}
c &= 3\times10^{10}\,cms^{-1}, [c] = LT^{-1} \\
f &= 6.67\times10^{-8}\,cm^3 g^{-1} s^{-2}, [f] = L^3 M^{-1} T^{-2} \\
h &= 6.63\times10^{-27}\,cm^2 g s^{-1}, [h] = L^2 M T^{-1} \\
k &= 1.38\times10^{-16}\,cm^2 g s^{-2} K^{-1}, [k] = L^2 M T^{-2} \theta^{-1}
\end{aligned} \tag{2.1}$$

En las (1.1) y (2.1) las unidades son cm (centímetro), g (gramo), s (segundo) y K (grados Kelvin).

Las (1.1) se pueden obtener de las igualdades:

$$\left|\frac{m_0^2 f}{l_0}\right| = m_0c^2 = k\theta_0 = h\nu_0 = \frac{e_0^2}{l_0} \quad , \quad \frac{l_0}{t_0} = c \quad , \quad \nu_0 = \frac{1}{t_0} \tag{3.1}$$

En las (1.1) y en las (3.1) l_0 es la longitud mínima, m_0 es la masa mínima, t_0 es el tiempo mínimo, θ_0 es la temperatura máxima y e_0 es la cantidad de electricidad mínima que pueden existir alternativamente en una celda elemental de dos en dos. Hay que recordar que la primera de las ecuaciones en (3.1) es negativa, las demás son positivas. Por lo tanto, tomando las dos primeras igualdades:

$$\frac{m_0^2 f}{l_0} = m_0c^2 \tag{4.1}$$

Significa que la energía potencial (m_0^2f/l_0) y la de masa, o cinética, m_0c^2, se compensan y la energía total ε es nula:

$$\varepsilon = \frac{m_0^2 f}{l_0} - m_0c^2 = 0 \tag{5.1}$$

La celda de Planck tiene energía nula en cualquiera de sus 11 configuraciones.

Si queremos que simultáneamente la celda contenga energía potencial, cinética, térmica, de radiación y eléctrica, deben verificarse las siguientes ecuaciones:

$$\begin{gathered} m_0c^2 - \frac{m_0^2 f}{l_0} + k\theta_0 + h\nu_0 + \frac{e_0^2}{l_0} = 0 \quad , \quad \frac{l_0}{t_0} = c \quad , \quad \nu_0 = \frac{1}{t_0} \\ \frac{m_0^2 f}{l_0} = 4m_0c^2 = 4k\theta_0 = 4h\nu_0 = 4\frac{e_0^2}{l_0} \end{gathered} \tag{6.1}$$

Con lo cual se obtiene

$$
\begin{aligned}
l_0 &= \frac{1}{2}c^{-3/2} f^{1/2} h^{1/2} \approx 2.02\times10^{-33}\, cm \\
m_0 &= 2c^{1/2} f^{-1/2} h^{1/2} \approx 1.09\times10^{-4}\, g \\
t_0 &= \frac{1}{2}c^{-5/2} f^{1/2} h^{1/2} \approx 6.75\times10^{-44}\, s \\
\theta_0 &= 2c^{5/2} f^{-1/2} h^{1/2} k^{-1} \approx 7.12\times10^{32}\, K \\
e_0 &= h^{1/2} c^{1/2} = 1.41\times10^{-7}\, cm^{3/2} g^{1/2} s^{-1}
\end{aligned}
\tag{7.1}
$$

Si la (6.1) se aplica al modelo de universo K – D [4] se obtiene, para la ecuación del universo:

$$
Mc^2 - \frac{M^2 f}{R} + N_1 k\theta + N_2 \frac{hc}{R} + N_3 \frac{e_0^2}{R} = 0 \tag{8.1}
$$

donde M es la masa del universo, R su radio de curvatura, N_1 el número de partículas que tiene la energía $k\theta$, θ la temperatura del universo, N_2 el número de cuantos de frecuencia ν_0 y N_3 la cantidad de electricidad, positiva ($N_3/2$) y negativa ($N_3/2$). De acuerdo con [4]:

$$
N_1 = N_2 = N_3 = N = \frac{cMR}{h} = \frac{M}{\mu_0} \tag{9.1}
$$

Donde μ_0 es la masa del gravitón, que verifica $h\nu = hc/R = \mu_0 c^2$ y por lo tanto el principio de incerteza $\Delta p \Delta q = \mu_0 cR = h$. El gravitón transporta la gravitación en forma instantánea entre una masa en la superficie de la esfera, de cuatro dimensiones, y el centro de curvatura, donde se ubica su masa total M.

2.- LA RELACIÓN COSMOLÓGICA DE EINSTEIN

En 1917 Einstein [5] obtuvo la siguiente relación:

$$
\frac{M}{R} = \frac{c^2}{f}\frac{\pi}{2} \tag{1.2}
$$

De la primera de las (3.1), usando la extensión al universo se tiene:

$$
\frac{m_0^2 f}{l_0} = m_0 c^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{M}^2 f}{R} = Mc^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{M}}{\mathrm{R}} = \frac{c^2}{f} \tag{2.2}
$$

que difiere muy poco de la (1.2) de Einstein. Con las (8.1) y (9.1) se deduce:

$$Mc^2 - \frac{M^2 f}{R} + M_\theta c^2 + M_\nu c^2 + M_e c^2 + M_g c^2 = 0 \quad (3.2)$$

Donde M_θ es la masa del universo que proviene de la temperatura, M_ν de la radiación, M_e de la electricidad y M_g la de los gravitones:

$$M = M_\theta = M_\nu = M_e = M_g \quad (4.2)$$

Si se conserva la cantidad de calor

$$M\theta = m_0 \theta_0 \quad (5.2)$$

y con (9.1) se obtiene:

$$\begin{aligned} & Mc^2 - \frac{M^2 f}{R} + \beta R + Mc^2 + Mc^2 + Mc^2 = 0 \\ & \beta = \frac{ckm_0\theta_0}{h} = \frac{4c^4}{f} \approx 4.85 \times 10^{49}\, cmgs^{-2} \end{aligned} \quad (6.2)$$

donde m_0 y θ_0 están dado por (7.1). Luego la (6.2) se transforma en:

$$4Mc^2 - \frac{M^2 f}{R} + \beta R = 0 \quad (7.2)$$

De la (7.2):

$$\frac{M}{R} = \frac{4c^2}{f} + \frac{\beta R}{Mf} \quad (8.2)$$

A partir de (8.2) es:

$$\frac{M}{R} = 2\left(1+\sqrt{2}\right)\frac{c^2}{f} \approx 4.8284 \times \frac{c^2}{f} \quad (9.2)$$

En esta última ecuación se tiene, además:

$$\frac{c^2}{f} \approx 1.3493 \times 10^{28}\, gcm^{-1} \quad (10.2)$$

reemplazada en (9.2) se obtiene:

$$\frac{M}{R} = 2\left(1+\sqrt{2}\right)\frac{c^2}{f} \approx 6.516 \times 10^{28}\, gcm^{-1} \quad (11.2)$$

Actualmente [4] R $\approx$ 1.3×10^{28}cm y $\rho \approx 2\times10^{-29}$g/cm^3, en consecuencia M = $2\pi^2\rho R^3 \approx 8.67\times10^{56}$g, por lo tanto:

$$\frac{M}{R} \approx \frac{8.67\times10^{56}\,g}{1.30\times10^{28}\,cm} \approx 6.67\times10^{28}\,gcm^{-1} \tag{12.2}$$

Resultado que está de acuerdo con la ecuación (11.2).

El análisis dimensional permite obtener [6,7]:

$$\frac{M}{R} = \frac{c^2}{f}\times\left(número\ real\right) \tag{13.2}$$

Resultado consistente con la ecuación (9.2).

Por otra parte:

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon\Delta t &= m_0 c^2 t_0 = h \\ \Delta p\Delta q &= m_0 c l_0 = h \end{aligned} \tag{14.2}$$

De acuerdo con los principios de incerteza de Heisenberg.

Si hacemos como antes [4]:

$$M = 2\pi^2 R^3 \rho = \frac{2\pi^2 R^3 \rho_0}{\sqrt{1-\frac{\dot{R}^2}{c^2}}} \tag{15.2}$$

Se obtiene fácilmente con $\dot{R} = 0$ el valor máximo de R:

$$R_m = \frac{c\sqrt{1+\sqrt{2}}}{\sqrt{\pi^2 f \rho_0}} \tag{16.2}$$

Mediante (13.2), (15.2) y (16.2) se obtiene:

$$t = \frac{1}{c}\int_0^{R/R_m} \frac{dR}{\sqrt{1-\frac{R^4}{R_m^4}}} = \frac{R_m}{c}\int_0^{R/R_m} \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}} \tag{17.2}$$

El valor de $\dot{R}$ se estima con la constant de Hubble H_0 de:

$$\dot{R} = \lim_{R\to 0} RH_0 = \lim_{s\to 0} sH_0 \quad , \quad H_0 \approx 2{,}10\times 10^{-18} s^{-1} \tag{18.2}$$

donde s es la distancia a las supernovas en las galaxias. En consecuencia:

$$\dot{R} = RH_0 \approx 2{,}73\times 10^{-10} cms^{-1} \approx 0{,}91c \tag{19.2}$$

Tenemos entonces conocidos R, $\dot{R}$ y ρ en forma aproximada. Podemos obtener:

$$\rho_0 = \rho\sqrt{1-\frac{\dot{R}^2}{c^2}} \approx 8{,}29\times 10^{-30} gcm^{-3} \quad ; \quad R_m = \frac{c\sqrt{2+\sqrt{2}}}{\sqrt{\pi^2 f \rho_0}} \approx 1.996\times 10^{28} cm \tag{20.2}$$

Luego con (17.2) podemos calcular la edad actual del universo t y el semiperiodo T:

$$\begin{aligned} t &= \frac{R_m}{c}\int_0^{R/R_m} \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}} = 14.400\times 10^6 años \\ T &= \frac{R_m}{c}\int_0^{1} \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}} = \frac{R_m}{c}\times 1{,}311 = 27.700\times 10^6 años \end{aligned} \tag{21.2}$$

La observación de una expansión del universo puede explicarse en este modelo. Toda señal debe cumplir con:

$$\dot{R}^2 + R^2\dot{\varphi}^2 = c^2 \tag{22.2}$$

La ecuación (22.2) significa que la velocidad de la luz no puede ser superada. A partir de las ecuaciones (17.2) y (22.2) se obtiene:

$$\begin{aligned} &\lim_{R\to 0} \dot{R} \to c \Rightarrow R\dot{\varphi} \to 0 \\ &\lim_{R\to R_m} \dot{R} \to 0 \Rightarrow R\dot{\varphi} \to c \end{aligned} \tag{23.2}$$

Luego, toda observación, que obviamente se dirige hacia el pasado, implica que el pasado se aleja cada vez más rápido.

La masa M_g de los gravitones que circulan en el interior de la esfera de cuatro dimensiones, cuya superficie, arrugada, es el universo tangible de tres dimensiones, no es detectable directamente. Para más detalles consultar [4].

BIBLIOGRAFÍA

1.- Planck, M., The theory of heat radiation, from the german edition of 1912, by M. Masius, Dover (1959) N. Y.

2.- Kittl, P., Some observations on quantum mechanics history, on Planck´s elemental cell, on the universe beginnings and ending, on mini blackholes and on massive bynary atom, Anales de la Sociedad Científica Argentina, 228(1998) 89.

3.- Penrose, R., The road to reality, Vintage books, (2004) N. Y.

4.- Kittl, P. and Díaz, G., Modelo simple de universo cíclico como extensión a la celda generalizada de Planck, To be publish.

5.- Einstein, A., Kosmologishe Betrachtungen zur Allgemainer Relativitäts theorie, Sitgungsberichte der Preusischen Akad. & Wissenschaften (1917) translated by Perret and Jeffery in The principle of relativity, Dover (1952) 177, N. Y.

6.- Palacios, J., Análisis dimensional, Espasa Calpe, (1956) Madrid.

7.- Huntley, H. E., Dimensional Analysis, (1952) London.