

Sobre la influencia de la dispersión de la constante elástica en las vigas.

1

Pablo Kitch

Gerardo Diaz (gediaz@ing.uchile.cl)

Resumen: Se dan los elementos para hacer una estadística del módulo de elasticidad E y se tienen una serie de valores E_i aleatorios. Con esos valores resolver los casos de una viga uniformemente cargada y los casos de estar simplemente apoyada y empotrada en un extremo. En los casos límites de E constante se recupera los valores clásicos

1. Introducción: En la bibliografía [1] no se obtiene cuantas ~~medidas~~ ^{de E} medidas se hicieron, ni el valor medio y la dispersión. En general se tendrá que hacer las medidas, del orden de más de diez, con los métodos normales [2]. Estos datos se pueden representar en un diagrama de probabilidad acumulativa [3]. Así que, la fiv [4], método que se detalla en [3]. Así que se representará en el eje x los valores del $\{E_i\}$ conjunto de $\{E_i\}$ y en el y el porcentaje igual o menor a un E_i dado (fig 1)

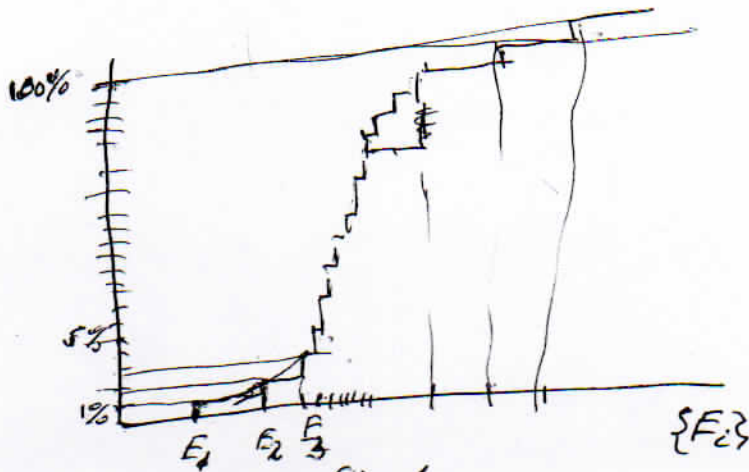


fig 1
Porcentaje de E_i menores o iguales a un E_n dado

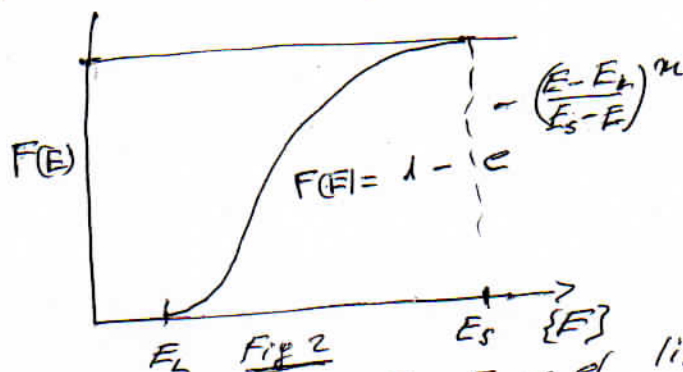
(2)

Se puede representar ^{representación} analíticamente los valores de $\{E_i\}$ haciendo pasar una curva del tipo

$$F(E) = 1 - e^{-\Phi(E)} \quad (1)$$

$$\Phi(E) = \left(\frac{E - E_L}{E_S - E_L} \right)^m$$

En la fig 2 se representa esta curva analítica.



E_L es el límite inferior de E y E_S es el límite superior. En general basta con usar una curva del tipo

$$\Phi(E) = \left(\frac{E - E_L}{E_S - E_L} \right)^m \quad (2)$$

O mas practicamente tomar $E_L = 0$, o sea

$$\Phi(E) = \left(\frac{E}{E_0} \right)^m \quad (3)$$

Del conjunto $\{E_i\}$ se pueden determinar

$$\bar{E} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E_i, \quad \bar{E}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (E_i - \bar{E})^2, \quad \Delta E = \sqrt{\bar{E}^2 - \bar{E}^2}$$

Para determinar los parámetros E_0 y m , se calculan los valores analíticos de $\bar{E}$ y $\bar{E}^2$. Por lo tanto si

$$F(E) = 1 - e^{-\left(\frac{E}{E_0}\right)^m} \quad (4)$$

si se hace $x = (E/E_0)^m$, luego $E = E_0 x^{\frac{1}{m}}$, entonces

$$\bar{E} = \int_0^\infty \frac{dF(E)}{dE} \cdot E dE = E_0 \int_0^\infty x^{\frac{1}{m}} e^{-x} dx = E_0 \Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right) \quad (5)$$

Recordando que $f(E) = \frac{dF}{dE}$ es la cantidad de F_i que hay en el rango dE y Γ es la función gamma de Euler.

Calculemos ahora $\bar{E}^2$

$$\bar{E}^2 = \int_0^{\infty} E^2 f(E) dE = E_0^2 \int_0^{\infty} A^{\frac{2}{m}} e^{-x} dx = E_0^2 \Gamma(1 + \frac{2}{m}) \quad (6)$$

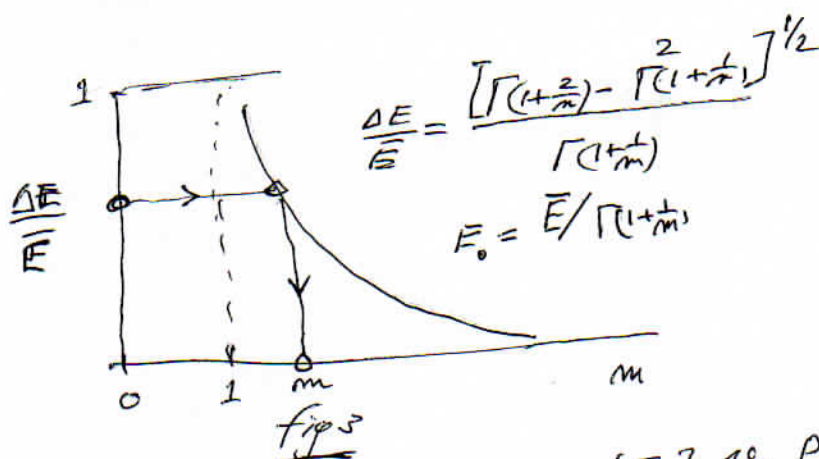
Con $\bar{E}^2$ y $\bar{E}$ obtenemos

$$\Delta E = \sqrt{\bar{E}^2 - \bar{E}^2} = E_0 \left[\Gamma(1 + \frac{2}{m}) - \Gamma(1 + \frac{1}{m})^2 \right]^{1/2} \quad (7)$$

y el valor de $\frac{\Delta E}{\bar{E}}$

$$\frac{\Delta E}{\bar{E}} = \frac{\left[\Gamma(1 + \frac{2}{m}) - \Gamma(1 + \frac{1}{m})^2 \right]^{1/2}}{\Gamma(1 + \frac{1}{m})} \quad (8)$$

Los valores de $\frac{\Delta E}{\bar{E}}$ se obtienen de $\{E_i\}$ y n_i se traza la curva (8) en función de $1 \leq m \leq 20$, con $\frac{\Delta E}{\bar{E}}$ se obtiene el m que corresponde (fig 3)



Como se ve con el conjunto $\{E_i\}$ se puede obtener una curva $F(E)$ que nos permite a partir de un conjunto de números aleatorios $\{n_i\} \equiv \{F_i\}$ obtener un conjunto aleatorio de valores $\{E_i\}$. Conjunto que colocados en una estructura nos dará la influencia de la aleatoriedad de E en ella.

2. Caso de una viga uniformemente cargada y simplemente apoyada

El estudio de las vigas de diferente tipo y con diferentes modos de carga está muy bien tratado en diferentes libros [1, 2]. Aquí no ocuparemos del caso de una viga de sección constante, rectangular y simplemente apoyada con carga uniforme (fig 4).

(4)

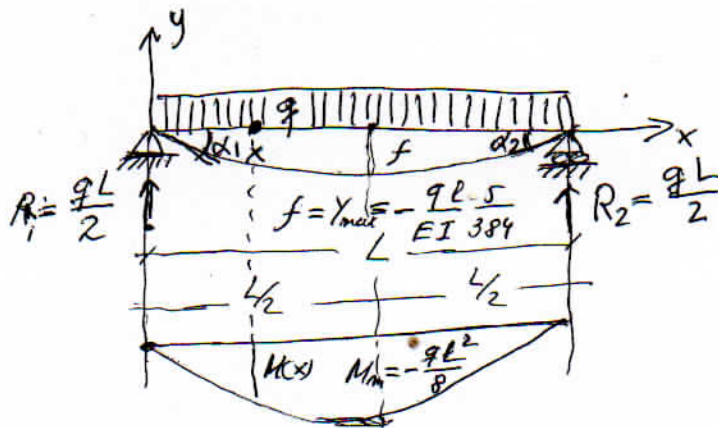


fig 4

Viga simplemente apoyada y con carga uniforme, en la figura los datos característicos cuando $E = \text{constante}$.

En el caso general dada una viga cualquiera, cargada de un modo arbitrario, si se corta con un plano, normal al eje de la viga, las fuerzas a la izquierda del plano deben estar en equilibrio con las reacciones elásticas a la derecha del plano (fig 5). Sea F la resultante de las fuerzas a la izquierda del corte, se la traslada a la sección a la izquierda del corte, se la traslada a la sección del corte mediante una cupla M y un par de fuerzas F_H

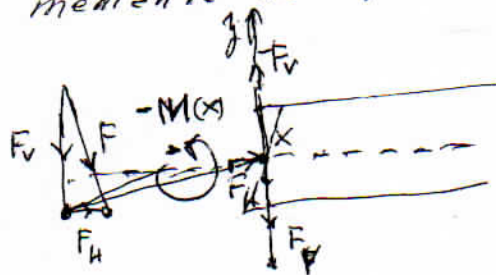


fig 5

y F_v que serán absorbidas como resistencia al corte y a la compresión y que no tomaremos en cuenta, por ser ~~una~~ de las deformaciones que ocasionan de segundo orden. En cambio el momento $M(x)$ será absorbido por deformaciones normales al corte según la hipótesis de Navier (1785-1836) que ^{una} sección plana antes de la deformación sigue plana después de la deformación. La sección deformada puntada en la figura, a la distancia y del eje de la viga tiene la siguiente distribución de tensiones $\sigma(x)$

$$\frac{\sigma(x)}{\sigma_m} = \frac{y}{h/2}, \quad \sigma(x) = y \frac{\sigma_m}{h/2}$$

(2,1)

~~El equilibrio de momentos se escribe~~ El elemento (5) de fibra dx , sufre debido a la tensión σ_{mx} un alargamiento $\delta x = E \delta \epsilon$, dividido por $h/2$ da la variación angular $d\theta$. El equilibrio de momentos da, como radio de curvatura:

$$M(x) = \int_{-h/2}^{+h/2} y d\sigma \cdot \sigma(x) = \frac{\sigma_{max}}{h/2} \int_{-h/2}^{+h/2} y^2 dS = \frac{E \sigma_{max} I}{E h/2}$$



$$= E \frac{d\theta}{dx} I = \frac{E I}{\rho} = \frac{E I}{(1+y^2)^{3/2}} \quad \text{Es rigido - es para el caso de la deformación}$$

Para mas detalles ver (2). Para el caso estudiado (Fig 4) la ecuación diferencial, teniendo en cuenta que las deformaciones son muy pequeñas, y no, se tendrá,

$$y'' = -\frac{M(x)}{EI} = \frac{qL}{2EI} x - \frac{q}{2EI} x^2 \quad (2.3)$$

Aquí hay que tener en cuenta que E es función de x , y tener los valores aleatorios $\{E_i\}$. Las formulas deben verificar la homogeneidad dimensional. Las dimensiones son: F : fuerza $2 \text{ y } q$ ~~son~~ L , longitud. Así que:

$$[y''] = \left[\frac{d^2 y}{dx^2} \right] = \left[\frac{L}{L^2} \right] = \left[\frac{1}{L} \right], \quad [qL] = \left[\frac{F L}{L} \right] = [F], \quad [E] = \left[\frac{F}{L^2} \right], \quad (2.4)$$

$$[I] = \left[\int y^2 dS \right] = [L^4]$$

Aplicando (2.4) a (2.3)

$$[y''] = \frac{1}{L} = \left[\frac{qL}{2EI} \right] = \left[\frac{F L}{L^4 F} \right] = \left[\frac{1}{L} \right] \quad (2.5)$$

Se ve que la (2.3) es dimensionalmente correcta. Integrando (2.3) se tiene, E variable:

$$y' = \frac{qL}{2I} \int \frac{dx}{E(x)} - \frac{q}{2I} \int \frac{x^2 dx}{E(x)} + y'_0 \dots \quad (2.6)$$

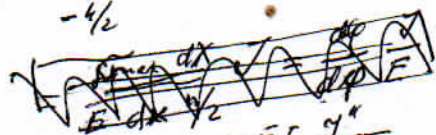
Para calcular y'_0 acordamos que $y'_0 = 0$ en $x = \frac{L}{2}$, las curvas aleatorias las hacemos simétricas respecto a $L/2$ así que $y'(\frac{L}{2}) = 0$ y

$$y'_0 = -\frac{qL}{2I} \int_0^{L/2} \frac{dx}{E(x)} + \frac{q}{2I} \int_0^{L/2} \frac{x^2 dx}{E(x)} \quad (2.7)$$

Si hacemos $E_1(x) = \int_0^x \frac{dx}{E(x)}, \quad E_2(x) = \int_0^x \frac{x^2 dx}{E(x)} \quad (2.8)$

~~El equilibrio de momentos se escribe~~ El elemento (5) de fibra dx , sufre debido a la tensión σ_{max} un alargamiento $\delta x = E \delta \epsilon$, dividido por $h/2$ da la variación angular $d\theta$. El equilibrio de momentos da, con r radio de curvatura:

$$M(x) = \int_{-h/2}^{+h/2} y d\sigma \cdot \sigma(x) = \frac{\sigma_{max}}{h/2} \int_{-h/2}^{+h/2} y^2 dS = \frac{E \sigma_{max} I}{E h/2}$$



$$= E \frac{d\theta}{dx} I = \frac{E I}{\rho} = \frac{E I}{(1+y^2)^{3/2}} \quad (2,2)$$

Para mas detalles ver (2). ~~es rigido - es para el caso de la deformación~~
 Para el caso estudiado (Fig 4) la ecuación de diferencias, teniendo en cuenta que las deformaciones son muy pequeñas, y no, se tendrá,

$$y'' = -\frac{M(x)}{EI} = \frac{qL}{2EI} x - \frac{q}{2EI} x^2 \quad (2,3)$$

Aquí hay que tener en cuenta que E es función de x , y tener los valores aleatorios $\{E_i\}$.
 Las formulas deben verificar la homogeneidad dimensional. Las dimensiones son: F : fuerza $2 \text{ y } q$ ~~son~~ L , longitud.
 Así que:

$$[y''] = \left[\frac{d^2 y}{dx^2} \right] = \left[\frac{L}{L^2} \right] = \left[\frac{1}{L} \right], \quad [qL] = \left[\frac{F L}{L} \right] = [F], \quad [E] = \left[\frac{F}{L^2} \right], \quad (2,4)$$

$$[I] = \left[\int y^2 dS \right] = [L^4]$$

Aplicando (2,4) a (2,3)

$$[y''] = \frac{1}{L} = \left[\frac{qL}{2EI} \right] = \left[\frac{F L}{L^4 \frac{F}{L^2}} \right] = \left[\frac{1}{L} \right] \quad (2,5)$$

Se ve que la (2,3) es dimensionalmente correcta.
 Integrando (2,3) se tiene, E variable:

$$y' = \frac{qL}{2I} \int \frac{dx}{E(x)} - \frac{q}{2I} \int \frac{x^2 dx}{E(x)} + y'_0 \dots \quad (2,6)$$

Para calcular y'_0 ~~acordamos~~ acordamos que $y'_0 = 0$ en $x = \frac{L}{2}$, las curvas aleatorias las hacemos simétricas respecto a $L/2$ así que $y'(\frac{L}{2}) = 0$ y $E_1(x) = \int \frac{x^2 dx}{E(x)}$

$$y'_0 = -\frac{qL}{2I} \int_0^x \frac{dx}{E(x)} + \frac{q}{2I} \int_0^x \frac{x^2 dx}{E(x)} \quad (2,7)$$

$$\text{Si hacemos } E_1(x) = \int_0^x \frac{dx}{E(x)}, \quad E_2(x) = \int_0^x \frac{x^2 dx}{E(x)} \quad (2,8)$$

(6)

Por lo tanto

$$y' = \frac{9l}{2I} E_1 x - \frac{9}{2I} E_2 x - \frac{9l}{2I} E_1 \left(\frac{l}{2}\right) + \frac{9}{2I} E_2 \left(\frac{l}{2}\right) \quad (2,9)$$

Integrando (2,9)

~~$$y = \frac{9l}{2I} \left[\int_0^x E_1 x dx - \frac{1}{2} \int_0^x E_2 x dx - x E_1 \left(\frac{l}{2}\right) + \frac{x}{2} E_2 \left(\frac{l}{2}\right) \right] \quad (2,10)$$~~

$$y(x) = \frac{9l}{2I} \left[\int_0^x E_1 x dx - \frac{1}{2} \int_0^x E_2 x dx - x E_1 \left(\frac{l}{2}\right) + \frac{x}{2} E_2 \left(\frac{l}{2}\right) \right] + y_0$$

Como $y(0)=0$, se tiene $y_0=0$, o sea que $y_{\max} = f$

~~$$f = y\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{9l}{2I} \left[\int_0^{l/2} E_1 x dx - \frac{1}{2} \int_0^{l/2} E_2 x dx - \frac{l}{2} E_1 \left(\frac{l}{2}\right) + \frac{l}{4} E_2 \left(\frac{l}{2}\right) \right] \quad (2,11)$$~~

Los valores de $\{E_i\}$ se toman en intervalos iguales de x_i desde $x=0$ a $x=l/2$, tanto en $E_1(x)$ como en $E_2(x)$ así que

$$E_1\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{1}{l/2} \int_0^{l/2} E ds = \frac{1}{l/2} \cdot \frac{1}{48} \sum_{i=1}^N \frac{\eta_i^3 - \eta_{i-1}^3}{E_i/E}$$

$$E_2\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{1}{l/2} \int_0^{l/2} E ds = \frac{1}{l/2} \cdot \frac{1}{192} \sum_{i=1}^N \frac{\eta_i^4 - \eta_{i-1}^4}{E_i/E} \quad (2,12)$$

$$E_1\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{1}{l/2} \int_0^{l/2} E ds = \frac{l^3}{E 16} \sum_{i=1}^N \frac{\eta_i^2 - \eta_{i-1}^2}{E_i/E}$$

$$E_2\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{1}{l/2} \int_0^{l/2} E ds = \frac{l^3}{E 48} \sum_{i=1}^N \frac{\eta_i^3 - \eta_{i-1}^3}{E_i/E}$$

Si $E = \text{constante}$ se tiene (4)

$$E_1 = \frac{l^3}{48E}, \quad E_2 = \frac{l^3}{192E}, \quad E_1\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{l^2}{16E}, \quad E_2\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{l^3}{48E} \quad (2,13)$$

En este caso $f_{\max}$ es

$$f_{\max} = y\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{9l^4}{2EI} \frac{9-1-12+4}{192} = -\frac{5}{384} \frac{9l^4}{EI}$$

De acuerdo a lo colocado en la figura 4. Con E aleatorio solo cambia, respecto del caso E constante, el valor de $f_{\max} = y_{\max}$, el resto R_A, R_B, M_A y M_B quedan igual.Además $\alpha_1 = -\frac{9l}{2I} E_1\left(\frac{l}{2}\right) + \frac{9}{2I} E_2\left(\frac{l}{2}\right) = -\frac{9l}{24EI} \left[\frac{9l^2}{16} - \frac{l^3}{48} \right] = \frac{9l^3}{24EI} \left[\frac{9}{16} - \frac{1}{48} \right]$ y α_2 con (2,12)
 $= \frac{9l^3}{24EI}$, en el caso clásico. En el caso aleatorio se deben calcular α_1 y α_2 con (2,12)

3. Caso de una viga uniformemente cargada y empotrada en un extremo y apoyada libremente en el otro.
 En la fig 6 está el esquema de la viga y los principales resultados cuando E es constante.

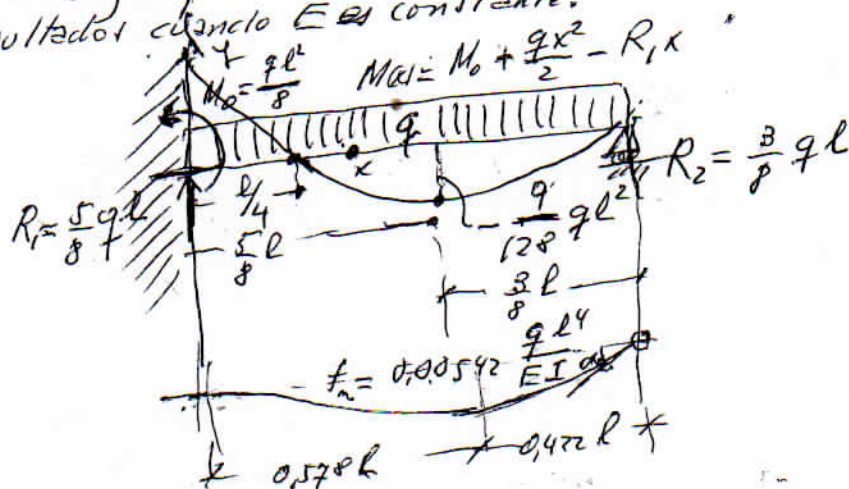


fig 6

En la fig 6 M_0 es el momento de empotramiento, entonces el momento en la abscisa x es $M(x) = M_0 + \frac{qx^2}{2} - R_1x$, y por lo tanto la ecuación diferencial de la elástica es

$$Iy'''' = -\frac{M_0}{EI} - \frac{qx^2}{2EI} + \frac{R_1x}{EI} \quad (3.1)$$

Integrando (3.1)

$$Iy' = y'_0 - M_0 \int_0^x \frac{d\xi}{E(\xi)} - \frac{q}{2} \int_0^x \frac{\xi^2 d\xi}{E(\xi)} + R_1 \int_0^x \frac{\xi d\xi}{E(\xi)} \quad (3.2)$$

$$y'(0) = 0 \Rightarrow y'_0 = 0$$

Como en 2 se hace un cambio de variable

$$\xi^* = \frac{\xi}{l}, \quad \eta^* = \frac{\eta}{l}, \quad d\xi^* = \frac{d\xi}{l}, \quad d\eta = l d\eta^* \quad (3.3)$$

$$\xi = 0 \Rightarrow \xi^* = 0; \quad \xi = x \Rightarrow \xi^* = \frac{x}{l}, \quad \eta = 0 \Rightarrow \eta^* = 0$$

Una vez hecho el cambio de variables se quitan los x , y integrando de nuevo (3.2) se tiene

$$Iy = -M_0 \int_0^x d\eta \int_0^{\eta} \frac{d\xi}{E(\xi)} - \frac{ql^2}{2} \int_0^{\eta} d\eta \int_0^{\xi} \frac{\xi^2 d\xi}{E(\xi)} + R_1 l \int_0^{\eta} d\eta \int_0^{\xi} \frac{\xi d\xi}{E(\xi)} \quad (3.4)$$

$$y(0) = 0, \quad y(l) = 0 \Rightarrow y_0 = 0$$

Se verifica entonces como $y(l) = 0$:

(8)

$$0 = -M_0 \int_0^L dy \int_0^2 \frac{ds}{E(s)} - \frac{q}{2} \int_0^L dy \int_0^2 \frac{s^2 ds}{E(s)} + R_1 \int_0^L dy \int_0^2 \frac{s ds}{E(s)} \quad (3,5)$$

Con los cambios de variables indicados en (2,12)

$$\int_0^L dy \int_0^1 \frac{ds}{E(s)} = l^2 / E_0, \quad \int_0^L dy \int_0^2 \frac{s ds}{E(s)} = l^3 / E_1, \quad (3,6)$$

$$\int_0^L dy \int_0^2 \frac{s^2 ds}{E(s)} = l^4 / E_2$$

La (3,5) se transforma en

$$0 = -l^2 M_0 / E_0 - \frac{q l^4}{2} / E_2 + R_1 l^3 / E_1 \quad (3,7)$$

$$R_1 = \frac{M_0}{l} + \frac{q l}{2}$$

(3,8)

Así que se obtiene

$$M_0 = \frac{q l^2}{2} \frac{1/E_1 - 1/E_2}{1/E_0 - 1/E_1}$$

~~Para obtener el~~ ~~valor~~ ~~maximo de~~ ~~se debe~~ ~~calcular~~

$$y(x) = -M_0 l^2 / E_0 - \frac{q l^3}{2} / E_2 + R_1 / E_1 \quad (3,9)$$

R_1 se obtiene de (3,7) y (3,8), en función de x se obtiene $y = f$. Los valores de R_1 y obtienen de

$$R_1 = \frac{M_0}{l} + \frac{q l}{2}$$

$$R_2 = -\frac{M_0}{l} + \frac{q l}{2}$$

$$R_1 + R_2 = q l$$

(3,10)

Si $E = \text{constante}$ $1/E_0 = \frac{1}{E} \frac{1}{2}$, $1/E_1 = \frac{1}{E} \frac{1}{6}$, $1/E_2 = \frac{1}{E} \frac{1}{12}$ y se

recuperan todos los valores indicados en la figura 6.

$$M_0 = \frac{q l^2}{8}, R_1 = \frac{5}{8} q l, R_2 = \frac{3}{8} q l, M_{\text{max}}(x, l) = \frac{q l^2}{128}, \alpha_2 = \frac{q l^3}{E I} \frac{1}{48}$$

$$x_{\text{max}} = 0.578, x_{\text{fmax}} = 0.422, f_{\text{max}} = 0.00542 \frac{q l^4}{E I}$$

4. Caso de $E = \text{constante}$

(9)

En el caso 3 las ecuaciones de la estática son

$$\begin{cases} M_0 - \frac{q l^2}{2} + R_2 l = 0 \\ M_0 + \frac{q l^2}{2} - R_1 l = 0 \end{cases}, \quad M(x) = M_0 + \frac{q x^2}{2} - R_1 x \quad (4.1)$$

Si obtenemos M_0 de las (4.1) se obtiene R_1 y R_2 .

La ecuación de la elástica es

$$EI y'' = -M_0 - \frac{q x^2}{2} + R_1 x, \quad y'(0) = 0 \quad (4.2)$$

Integrando (4.2)

$$EI y' = -M_0 x - \frac{q x^3}{6} + R_1 \frac{x^2}{2}, \quad y(0) = 0, \quad y(l) = 0 \quad (4.3)$$

Integrando nuevamente

$$EI y = -M_0 \frac{x^2}{2} - \frac{q x^4}{24} + R_1 \frac{x^3}{6} \quad (4.4)$$

Aplicando la segunda condición de contorno de (4.3)

$$0 = -M_0 \frac{l^2}{2} - \frac{q l^4}{24} + R_1 \frac{l^3}{6} \quad (4.5)$$

Reemplazando en (4.5) R_1 obtenido de (4.1) se obtiene

$$0 = -M_0 \frac{l^2}{2} - \frac{q l^4}{24} - \frac{M_0}{6} - \frac{q l^2}{12} \quad (4.6)$$

De (4.6) se despeja $M_0 = \frac{q l^2}{8}$, de (4.1) se obtiene además R_1 y R_2

$$M_0 = \frac{q l^2}{8}, \quad R_1 = \frac{5}{8} q l, \quad R_2 = \frac{3}{8} q l \quad (4.7)$$

$$M(x) = \frac{q l^2}{8} + \frac{q x^2}{2} - \frac{5}{8} q l x$$

El máximo de $M(x)$ se obtiene derivando $M(x)$ haciéndolo igual a cero

$$\frac{dM(x)}{dx} = q x - \frac{5}{8} q l, \quad x_m = \frac{5}{8} l, \quad x_{m,i} = \frac{3}{8} l \quad (4.8)$$

$$M(x = \frac{5}{8} l) = \frac{q l^2}{128}$$

La flecha máxima se obtiene derivando (4.4) y anulándolo

$$y' = -M_0 x - \frac{q x^3}{6} + R_1 \frac{x^2}{2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_m^i = 0.578 l \\ x_m^d = 0.422 l \end{cases}$$

$$f_m(x=0.578) = y(x=0.578) = 0.00542 \frac{q l^4}{EI}, \quad \alpha_2 = \frac{y'(l)}{EI} = \frac{1}{48} \cdot \frac{q l^3}{EI}$$

Todo de acuerdo a lo dado en Roark [4].

4. Conclusiones. Haciendo algunos cálculos tomando $\Delta E/E \approx 2\%$ 0,02, el valor ~~de la resistencia~~ de f_m en el caso de la viga simplemente apoyada varía del orden del 1%, en el segundo caso hay variaciones de M_0 y f_m del mismo orden. En general hay que hacer algunas experiencias sobre todo en el hormigón en estructuras muy grande, como puentes y diques. Los metales replicados a todo tipo de estructuras ~~son~~ deben ser similares a los usados aquí.

Bibliografía

- 1) Roark, R.J.: Formulas for stress and strain, Mc Graw Hill Book Company, Inc. Nueva York y Londres, 1940. Existe traducción al castellano, Aguilar, Madrid, 1952. Formulas de Resistencia de Materiales, esfuerzos y deformaciones.
2. Timoshenko, S.: Strength of Materials, Van Nostrand, N.Y., 1930.
3. Kittel, P. y Diaz, G.: Weibull's fracture statistics, or probabilistic strength of materials: State of the art, Res Mechanics 24, 99-207, 1988.
4. Roark, R.J.: Formulas de Resistencia de Materiales, Esfuerzos y deformaciones, Aguilar, S. A. de Ediciones, Madrid, 1952, Traducción de la edición inglesa de Mc. Graw Hill Book, 1938, por Mariano de la Hoz Bel.
4. Kittel, P., Diaz, G. y Martinez, M.: Applicability of a Weibullian. NATO. Series E. London: Kluwer Academic Publishers, 1994, pp 439-49.
5. Diaz, G., Kittel P. y Rosales, M. Probabilistic design and quality control in probabilistic strength of materials, Int. J. Solids Struct., 40 (2003) 5001-5015.

Sobre la influencia de la dispersión de la constante elástica en las vigas.

1

Pablo Kitch

Gerardo Diaz (gediaz@ing.uchile.cl)

Resumen: Se dan los elementos para hacer una estadística del módulo de elasticidad E y obtener una serie de valores E_i aleatorios. Con esos valores resolver los casos de una viga uniformemente cargada y los caso de estar simplemente apoyada y empotrada en un extremo. En los casos límites de E constante se recupera los valores clásicos

1. Introducción: En la bibliografía [1] no se obtiene cuantas ~~medidas~~ ^{de E} medidas se hicieron, ni el valor medio y la dispersión. En general se tendría que hacer las medidas, del orden de más de diez, con los métodos normales [2]. Estos datos se pueden representar en un diagrama de probabilidad acumulativa [3], método que se detalla en [3]. Así que se representen en el eje x los valores del ~~conjunto~~ $\{E_i\}$ y en el y el porcentaje igual o menor a un E_i dado (fig 1)

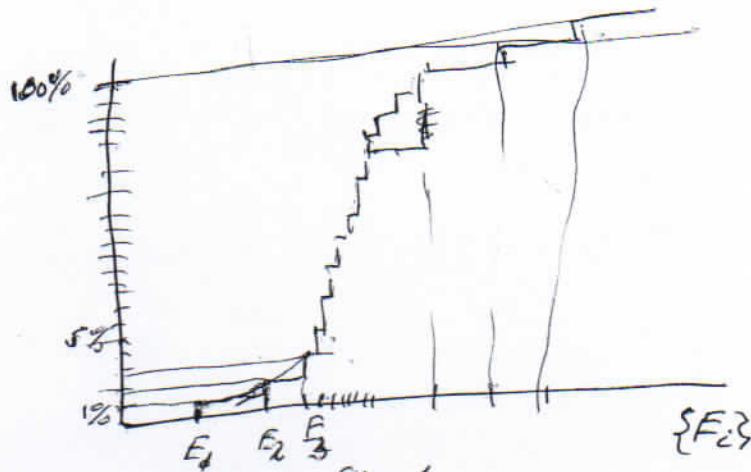


fig 1
Porcentaje de E_i menores o iguales a un E_n dado